



# Le Modèle d'Empilement Compressible 4-paramètres

Gerard Roquier

## ► To cite this version:

Gerard Roquier. Le Modèle d'Empilement Compressible 4-paramètres. Rencontres Universitaires de Génie Civil, May 2015, Bayonne, France. hal-01167749

**HAL Id: hal-01167749**

**<https://hal.science/hal-01167749>**

Submitted on 24 Jun 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Le Modèle d'Empilement Compressible 4-paramètres

**Roquier Gérard<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Doctorant au Laboratoire Navier, 2 allée Kepler, Cité Descartes, 77420 Champs-sur-Marne (France)

---

**RÉSUMÉ.** Une nouvelle version du Modèle d'Empilement Compressible (MEC) (de Larrard et al.), le MEC 4-paramètres, est présenté dans cet article pour prédire la compacité d'empilements binaires denses désordonnés. Lorsque les tailles des grains sont en rapport finis, les deux interactions géométriques qui se développent, l'effet de paroi et l'effet de desserrement, sont prises en compte par l'intermédiaire de deux coefficients qui font l'objet d'une nouvelle modélisation. Celle-ci s'effectue dans le cadre des empilements compacts et ordonnés, étape préalable à l'obtention de la compacité réelle. Cette nouvelle théorie est basée sur une étude localisée autour d'une particule « intruse » de la classe dominée, entourée de particules de la classe dominante. Les quatre paramètres de cette nouvelle version du MEC sont : les coefficients d'effet de paroi et d'effet de desserrement, le rapport de taille de cavité critique et l'indice de serrage du mélange. Les prédictions de compacité s'avèrent excellentes puisque les coefficients de corrélation obtenus à partir de 700 résultats sont de 99% pour les empilements réels de billes de verre, 98,7% pour les empilements simulés, 97,8% et 96,4% pour les roulés et les concassés.

**ABSTRACT.** A new version of the Compressible Packing Model (CPM) (de Larrard et al.), the 4-parameter CPM, is introduced to predict the solid fraction of maximally dense disordered packings of bidisperse particles. It is apt to account for two geometrical interactions, the wall effect and the loosening effect, of particles with moderate size ratios. Ordered and very packed piles are used as a reference frame to be in adequation with the CPM assumptions which require, before the calculation of the real packing density, the determination of a virtual packing density. Theory for wall effect and loosening effect is based on a specific treatment of configurations of one secondary class particle surrounded by dominant class neighbours. The new version of the CPM has four parameters: wall effect and loosening effect coefficients, the critical cavity size ratio and the compaction index. It demonstrates its efficiency for predicting compactness of binary mixtures from the analysis of 700 results. Correlation coefficients are 99% for frictionless glass beads, 98,7% for spherical particles numerically simulated, 97,8% for natural aggregates and 96,4% for crushed aggregates.

**MOTS-CLÉS :** mélanges granulaires, compacité, effet de paroi, effet de desserrement, modèle d'empilement compressible 4-paramètres.

**KEY WORDS:** granular mixtures, packing density, wall effect, loosening effect, 4-parameters compressible packing model.

---

## 1. Introduction.

La démarche adoptée par les spécialistes de la formulation des bétons se réfère souvent à celle suivie par le géomètre de l'Antiquité grecque, Apollonius de Perga, qui s'était posé la question de savoir comment paver, avec des disques de diamètre optimisé, un espace plan en s'assurant que les interstices occuperont une surface minimale. Le passage d'une configuration de deux à trois dimensions s'effectue alors en introduisant la notion de sphères apolloniennes parfaitement calibrées qui conduisent à un mélange idéal dans lequel les fractions granulaires ne présentent pas d'interactions géométriques entre elles. Seulement, dans la réalité du chantier, les classes granulaires ne peuvent pas être systématiquement criblées de manière à pouvoir s'imbriquer parfaitement les unes dans les autres. C'est pourquoi des interactions géométriques vont se développer. Ainsi, quand les éléments fins sont en très grande quantité, leur arrangement se trouve relâché au voisinage de la surface de chacune des grosses particules : c'est l'**effet de paroi**. De même, l'introduction de quelques petits grains, insuffisamment fins pour se glisser entre les gros, entraîne une désorganisation, au moins locale, de la structure de ces derniers lorsqu'ils sont dominants : c'est l'**effet de desserrement**. La nécessité d'optimiser le squelette granulaire de ces bétons de plus en plus performants a conduit les spécialistes à recourir à des modèles d'empilement. L'un des plus efficaces à l'heure actuelle est le **modèle d'empilement compressible (MEC)** [DEL 00] dans lequel l'effet de paroi et l'effet de desserrement sont pris en compte par l'intermédiaire de deux coefficients dont les expressions sont obtenues par lissage de données expérimentales. L'objectif de cet article est d'en fournir une étude théorique qui va nous conduire à faire évoluer le MEC vers un **MEC 4-paramètres**. Ce dernier est ensuite évalué à partir de l'analyse de 700 résultats de compacités obtenus sur des mélanges binaires pour différents types de matériaux.

## 2. Le cadre de référence : le modèle d'empilement compressible.

Initié par des travaux de Stovall, de Larrard, Buil [STO 86] puis par ceux de Sedran et de Larrard [SED 94] [DEL 00], le modèle d'empilement compressible (MEC) est un outil qui permet de prédire la compacité d'un mélange de classes granulaires, tout en tenant compte des conditions de sa mise en place. Il fait intervenir les proportions volumiques de chacune des classes, leur compacité lorsqu'elles sont empilées isolément, les coefficients d'effet de paroi et d'effet de desserrement et un indice de serrage, scalaire représentatif du processus de construction de l'empilement.

### 2.1. Compacité virtuelle d'un empilement binaire.

La compacité **réelle** d'un mélange correspond à celle que l'on obtient pour un empilement dense aléatoire. Elle dépend des modes de remplissage et de serrage utilisés pour mettre en place et pour compacter le matériau à l'intérieur de son moule. Considérons le cas limite où le processus de construction de l'empilement est parfait et où chaque grain est déposé individuellement à son emplacement idéal tel un maçon qui viendrait déposer chaque pierre de son mur à l'endroit le plus approprié. L'indice de serrage tend vers l'infini et la compacité atteinte est appelée compacité **virtuelle**.

Pour un mélange binaire « **sans interaction géométrique** », cette dernière est calculée en distinguant le cas des « **gros dominants** » de celui des « **fins dominants** ». Dans le premier cas, une matrice constituée de gros éléments reçoit des petites quantités de composant suffisamment fin et mobile pour se glisser dans les interstices disponibles selon le **mécanisme d'insertion**. Le volume des gros grains contenu dans un volume unité reste égal à leur compacité. Dans le second cas, l'opération consiste à substituer un certain nombre d'éléments fins constituant une matrice par des gros éléments, en petite quantité, disséminés dans celle-ci : c'est le **mécanisme de substitution**. Les petits grains remplissent un volume constitué du volume total du récipient auquel on retranche celui des gros grains. Pour un mélange binaire « **avec interactions géométriques** », l'additivité des effets de paroi et de desserrement est admise et les coefficients les caractérisant dépendent en premier lieu du rapport des tailles de grains. La compacité virtuelle  $\gamma$  du mélange binaire obtenue grâce au modèle d'empilement compressible s'exprime par :

$$\gamma = \inf \left( \gamma_1 = \frac{\beta_1}{1 - \left(1 - \frac{\beta_1}{\beta_2} a_{12}\right) y_2} ; \gamma_2 = \frac{\beta_2}{1 - \left(1 - \beta_2 + b_{21} \beta_2 \left(1 - \frac{1}{\beta_1}\right)\right) y_1} \right) \quad [1]$$

où  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont les compacités virtuelles respectives du mélange binaire dans le cas des « gros dominants » et des « fins dominants »,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  les compacités virtuelles propres des classes constituées par les grosses et fines particules,  $y_1$  et  $y_2$  leurs proportions volumiques,  $a_{12}$  le coefficient d'effet de desserrement,  $b_{21}$  le coefficient d'effet de paroi. Soient  $d_1$  et  $d_2$  les diamètres des particules des classes 1 et 2 et  $x$  le rapport  $d_2/d_1$ . Lorsque  $d_1 \gg d_2$ , aucune interaction géométrique ne se produit :

$$b_{21}(0) = 0 \text{ et } a_{12}(0) = 0 \quad [2]$$

Lorsque  $d_1 = d_2$ , l'interaction est totale :

$$b_{21}(1) = 1 \text{ et } a_{12}(1) = 1 \quad [3]$$

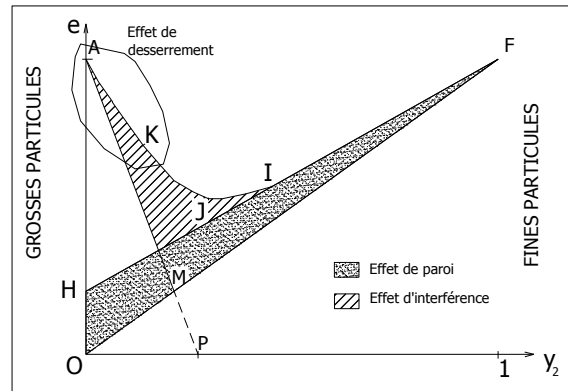
## 2.2. Compacité réelle d'un empilement binaire : indice de serrage.

La compacité réelle  $\phi^*$  du mélange binaire est obtenue en faisant appel à l'indice de serrage  $K$  dont l'expression est la suivante :

$$K = \frac{\frac{y_1}{\beta_1}}{\frac{1}{\phi^*} - \frac{1}{\gamma_1}} + \frac{\frac{y_2}{\beta_2}}{\frac{1}{\phi^*} - \frac{1}{\gamma_2}} \quad [4]$$

Dans le cas d'un mélange unimodal, l'indice de serrage  $K$  est une fonction hyperbolique croissante de la compacité réelle  $\phi^*$ . Lorsque cette dernière tend vers la compacité virtuelle, il tend vers l'infini. Puisque  $K$  est un scalaire représentatif du processus de construction de l'empilement, l'expression [4] constitue une équation implicite en  $\phi^*$ , avec une et une seule racine positive, et qui se résout facilement numériquement.

## 3. Effet de paroi, effet de desserrement et effet d'interférence.

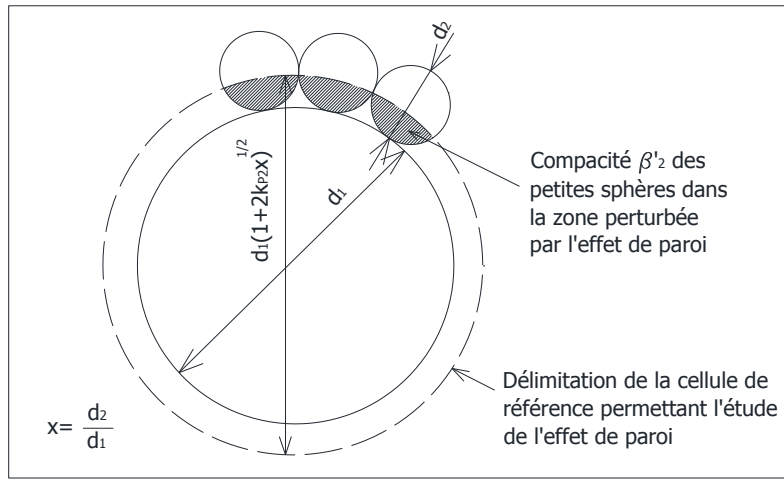


**Figure 1.** Illustration des effets de paroi, de desserrement et d'interférence sur un diagramme d'indice des vides d'un mélange binaire en fonction de la proportion volumique de la classe fine.

Sur la figure 1 représentant l'évolution de l'indice des vides ( $e=1/\phi^*-1$ ) d'un mélange binaire en fonction de la proportion volumique de la classe fine, le **mécanisme d'insertion** est représenté par la droite  $AM$  et le **mécanisme de substitution** par la droite  $FM$ . L'**effet de paroi** est mis en évidence par le tronçon  $FH$  qui se situe au-dessus de  $FO$ . Pour la suite de notre article, nous allons introduire la notion d'**effet d'interférence** qui se traduit localement par un **effet de desserrement**. Si l'on effectue notre raisonnement en partant de la zone des « gros dominants », l'**effet de desserrement** est vraiment localisé autour d'une particule insuffisamment fine pour se nicher dans l'interstice situé entre plusieurs grosses particules en contact sans provoquer leur desserrement. L'**effet d'interférence** est plus global. Si l'on effectue notre raisonnement à partir de la zone des « fins dominants », l'effet des gros grains se réduit à celui de leur paroi s'ils sont rares et disséminés dans le granulat fin. Si leur proportion augmente, leur disposition relative finira, à un moment donné, par avoir une influence : leurs parois trop rapprochées vont interagir sur l'arrangement des éléments fins. Il se produira alors une interférence entre les structures de chacun des deux constituants. L'**effet d'interférence** se matérialise par le tronçon  $IKA$ . Il est localement appelé **effet de desserrement** dans le tronçon  $AK$ .

#### 4. Modélisation de l'effet de paroi dans le cas de sphères.

L'effet de paroi a déjà fait l'objet de nombreuses tentatives de modélisations aussi bien à partir de données expérimentales que théoriquement. Citons notamment les travaux de Ben Aïm [BEN 70], de Stovall, de Larrard, Buil [STO 86], de de Larrard [DEL 88] [DEL 00], de Lecomte et Zennir [LEC 97]. Ben Aïm fut un précurseur en ce domaine. Une étude bibliographique lui avait permis de constater que l'effet exercé par une paroi plane est presque totalement localisé dans une couche adjacente à la paroi dont l'épaisseur est de l'ordre  $d/2$  ( $d$  étant le diamètre des grains). Il généralise ensuite ce raisonnement à une paroi courbe. Ainsi, selon lui, en plongeant une sphère de diamètre  $d_1$  dans un lit de sphères de diamètre  $d_2$ , la perturbation liée à l'effet de paroi est délimitée à l'intérieur de la couronne sphérique comprise entre la sphère de diamètre  $d_1$  et celle dont le contour est choisi pour passer par les points de contact entre chaque petite sphère plaquée contre la paroi. Cette façon de procéder ne permet cependant pas de respecter la condition aux limites  $b_{21}(1)=1$ . C'est pourquoi nous avons choisi de proposer une adaptation de la cellule de référence de Ben Aïm :



**Figure 2.** Délimitation de la cellule de référence permettant l'étude de l'effet de paroi.

Le diamètre de la sphère délimitant la zone perturbée par l'effet de paroi autour d'une grosse sphère est :

$$d_{hyp} = d_1 \sqrt{1 + 2 k_{p2} x} \quad [5]$$

Soit  $\alpha_2$  la compacité réelle propre de la classe fine. On en déduit la compacité virtuelle propre  $\beta_2$  de cette même classe en faisant intervenir l'indice de serrage  $K$ :

$$\beta_2 = \alpha_2 \frac{(1 + K)}{K} \quad [6]$$

Le nombre de petites sphères contre une grosse est calculé à partir de la théorie des carrés sphériques (théorie CS non présentée dans cet article), toujours dans le cadre des empilements virtuels très denses :

$$N_{12,CS}^{dense}(x) = \frac{\pi(1+x)}{x \arcsin\left(\frac{x}{1+x}\right)} \quad [7]$$

La compacité  $\beta'_2$  des petites particules dans la zone perturbée par l'effet de paroi en est déduite :

$$\beta'_2(x) = \frac{\pi(1+x)}{4x \left( (1+2k_{p2}x)^{\frac{3}{2}} - 1 \right) \arcsin\left(\frac{x}{1+x}\right)} \cdot \left( 2(1+2k_{p2}x)^{\frac{3}{2}} - 3(1+2k_{p2}x) \left( 1 + \frac{k_{p2}x}{1+x} \right) + \left( 1 + \frac{k_{p2}x}{1+x} \right)^3 - x^3 + \frac{3k_{p2}x^3}{1+x} + x^3 \left( 1 - \frac{k_{p2}}{1+x} \right)^3 \right) \quad [8]$$

Dans le cas où  $\beta_1 = \beta_2$ , on en déduit le coefficient d'effet de paroi :

$$b_{21}(x) = \frac{(\beta_2 - \beta'_2(x))}{(1 - \beta_2)} \left[ (1 + 2 k_{p2} x)^{\frac{3}{2}} - 1 \right] \quad [9]$$

Il reste à déterminer  $k_{p2}$  en respectant la condition aux limites  $b_{21}(1)=1$  ce qui conduit à la résolution numérique, à l'aide d'un tableur, ou analytique de l'équation suivante :

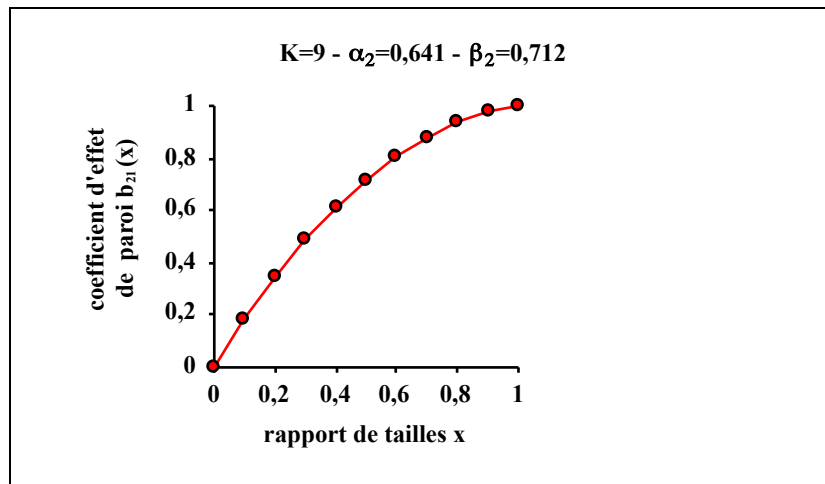
$$(\beta_2 - 6) \left( 1 + 2 k_{p2} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{9}{2} k_{p2}^2 + 18 k_{p2} + 5 = 0 \quad [10]$$

L'équation à résoudre étant du 3<sup>ème</sup> degré, on conserve la valeur de  $k_{p2}$  cohérente avec celles figurant dans le tableau suivant :

$\beta$	0,65	0,66	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,73	0,734
$k_p$	0,4466	0,5854	0,6729	0,7543	0,8369	0,9253	1,0252	1,1476	1,3284	1,4729

**Tableau 1.** Valeurs de  $k_p$  en fonction de la compacité propre virtuelle  $\beta$ .

Voici un exemple de représentation du coefficient d'effet de paroi  $b_{21}$  :

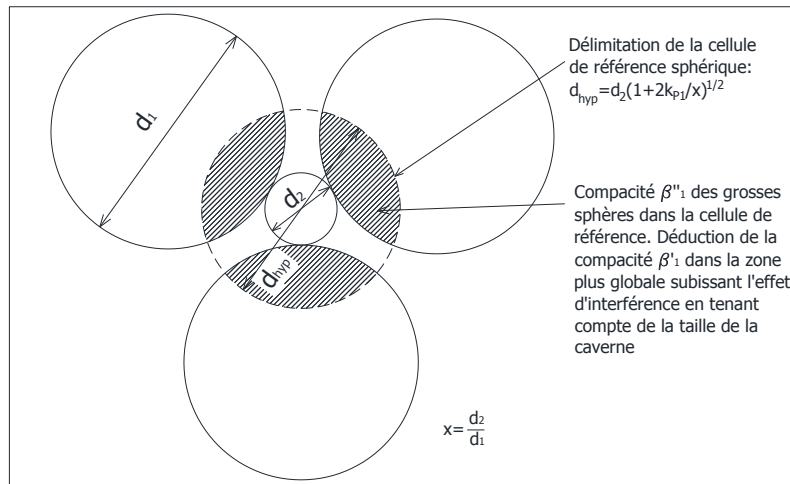


**Figure 3.** Exemple de représentation du coefficient d'effet de paroi  $b_{21}$  pour une compacité propre réelle  $\alpha_2=0,641$ , un indice de serrage  $K=9$  et une compacité propre virtuelle  $\beta_2=0,712$ .

## 5. Modélisation de l'effet de desserrement et de l'effet d'interférence dans le cas de sphères.

Jusqu'à présent, les théories existantes les plus abouties provenaient du modèle « linéaire » de Stovall [STO 86] et du modèle de décompaction locale figurant dans la thèse de de Larrard [DEL 88]. Stovall introduit la notion de rapport de taille de cavité critique  $x_0$  : en deçà, l'introduction de petites sphères en faible proportion ne modifie pas l'arrangement de la structure des grosses particules ; au delà, celle-ci est perturbée.

Par ailleurs, lorsque  $x \rightarrow 1$ , toutes les particules deviennent identiques : les compacités calculées dans le cadre des « fins dominants » et des « gros dominants » doivent être égales lorsque les proportions volumiques des fines et grosses particules valent 0,5. En plus de conserver les deux hypothèses précédentes, le modèle de décompaction locale, pour sa part, s'appuie sur le concept de dilatation isotrope locale du squelette des grosses particules autour d'une petite dans le cas où  $x > x_0$ . Le modèle développé dans cet article conserve ces trois hypothèses. La nouveauté réside dans l'utilisation d'une cellule de référence sphérique dans le but d'étudier la dilatation causée par l'insertion d'une particule insuffisamment fine pour pouvoir s'introduire dans une cavité du squelette constitué par les grosses particules. Cette approche est destinée à assurer une transition cohérente entre effet de paroi et effet de desserrement.



**Figure 4.** Délimitation de la cellule de référence permettant l'étude de l'effet de desserrement.

Le diamètre de la sphère délimitant la zone perturbée par l'effet de desserrement autour d'une petite sphère est :

$$d_{hyp} = d_2 \sqrt{1 + \frac{2k_{pl}}{x}} \quad [11]$$

Soit  $\alpha_1$  la compacité réelle propre de la classe la plus grosse. On en déduit la compacité virtuelle propre  $\beta_1$  de cette même classe en faisant intervenir l'indice de serrage K:

$$\beta_1 = \alpha_1 \frac{(1+K)}{K} \quad [12]$$

Le nombre de grosses sphères contre une petite est également calculé à partir de la théorie des carrés sphériques, toujours dans le cadre des empilements virtuels très denses :

$$N_{21,CS}^{dense}(x) = \frac{\pi(1+x)}{\arcsin\left(\frac{1}{1+x}\right)} \quad [13]$$

La compacité  $\beta''_1$  des grosses particules dans la cellule de référence en est déduite :

$$\beta''_1(x) = \frac{\pi(1+x)}{4\left(1 + \frac{2k_{pl}}{x}\right)^{\frac{3}{2}} \arcsin\left(\frac{1}{1+x}\right)} \cdot \left( 2\left(1 + \frac{2k_{pl}}{x}\right)^{\frac{3}{2}} - 3\left(1 + \frac{2k_{pl}}{x}\right)\left(1 + \frac{k_{pl}}{1+x}\right) + \left(1 + \frac{k_{pl}}{1+x}\right)^3 - \frac{1}{x^3} + \frac{3k_{pl}}{x^2(1+x)} + \left(\frac{1}{x} - \frac{k_{pl}}{1+x}\right)^3 \right) \quad [14]$$

La compacité dans la zone plus globale subissant l'effet d'interférence s'exprime par :

$$\beta'_1(x) = \frac{\beta''_1(x)}{\beta''_1(x_0) \left( 1 + \frac{(x-x_0)}{(1-x_0)} \left( \sqrt[3]{\frac{2\beta''_1(1)}{\beta''_1(x_0)}} - 1 \right) \right)^3} \beta_1 \quad [15]$$

Lorsque  $x=x_0$ ,  $\beta'_1(x_0)/\beta_1=1$  : aucun desserrement et aucune interférence ne se produisent.

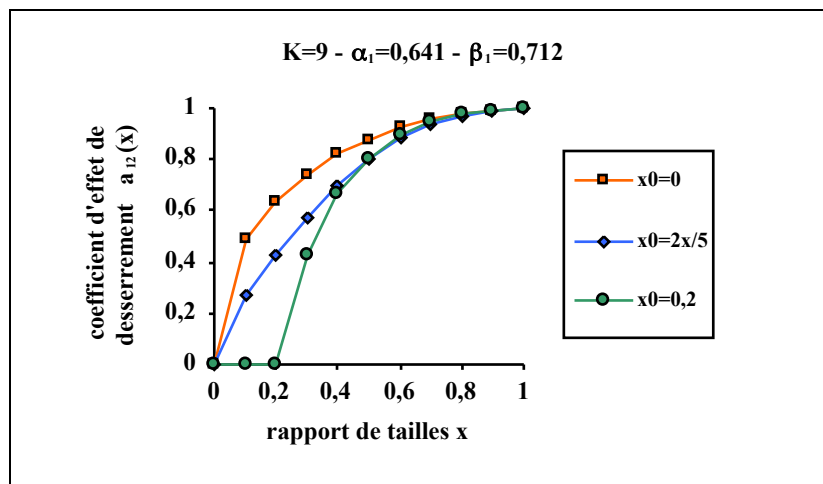
Lorsque  $x=1$ ,  $\beta'_1(1)/\beta_1=0,5$  : la continuité entre gros grains dominants et grains fins dominants est assurée quand leurs proportions volumiques s'équilibrent et que les particules deviennent identiques. Comme dans le modèle de décompaction locale [DEL 88], on effectue ensuite un raisonnement à « l'eutectique » correspondant au point de compacité maximale au-delà duquel on entre dans la zone des « fins dominants ». Le volume partiel occupé par les petits grains dans l'unité de volume du mélange granulaire s'écrit alors :

$$\phi_2^*(x) = \beta_1 + \left( (1 - \beta_1) (1 - b_{21}(x)) - 1 \right) \beta'_1(x) \quad [16]$$

Le coefficient d'effet de desserrement s'en déduit :

$$a_{12}(x) = \frac{\beta_1 - \beta'_1(x)}{\phi_2^*(x)} \quad \text{si } x \geq x_0 \quad \text{et} \quad a_{12}(x) = 0 \quad \text{si } x \leq x_0 \quad [17]$$

Il reste à déterminer  $k_{p1}$  en respectant la condition aux limites  $a_{12}(1)=1$  ce qui conduit à la résolution numérique, à l'aide d'un tableur, ou analytique de l'équation [ 10 ] en remplaçant  $k_{p2}$  par  $k_{p1}$ . Voici un exemple de représentation du coefficient d'effet de desserrement  $a_{12}$  :



**Figure 5.** Exemple de représentation du coefficient d'effet de desserrement  $a_{12}$  pour une compacité propre réelle  $\alpha_1=0,641$ , un indice de serrage  $K=9$ , une compacité propre virtuelle  $\beta_1=0,712$  et des rapports critiques de tailles de caverne  $x_0=0$ ,  $x_0=0,2$  et  $x_0=2x/5$ .

## 6. Le modèle d'empilement compressible (MEC) 4-paramètres.

Après détermination des coefficients d'effet de paroi et d'effet de desserrement, il reste maintenant à fixer l'indice de serrage  $K$  en fonction du processus de construction de l'empilement et le rapport critique de taille de caverne  $x_0$  en fonction du type de granulat, de sa forme et de son état de surface. L'analyse de 700 valeurs de compacité a conduit à adopter les valeurs suivantes :

Procédés de remplissage et de serrage	Déversement	Vibration	Vibration + pression	Remplissage optimisé + vibration + pression	virtuel
<b>K</b>	<b>4,7</b>	<b>5,6</b>	<b>9</b>	<b>15</b>	<b><math>\infty</math></b>

**Tableau 2.** Indices de serrage  $K$ .

Type de granulats	Concassés			Roulés arrondis	Billes sphériques lisses
	Anguleux très rugueux	Anguleux rugueux	Anguleux		
<b><math>x_0</math></b>	<b>0</b>	<b>0,02</b>	<b>0,1</b>	<b><math>x_0 = 2x/5</math></b>	<b>0,2</b>

**Tableau 3.** Rapports critiques de tailles de caverne  $x_0$  (pour les roulés,  $x$  : rapport des diamètres).

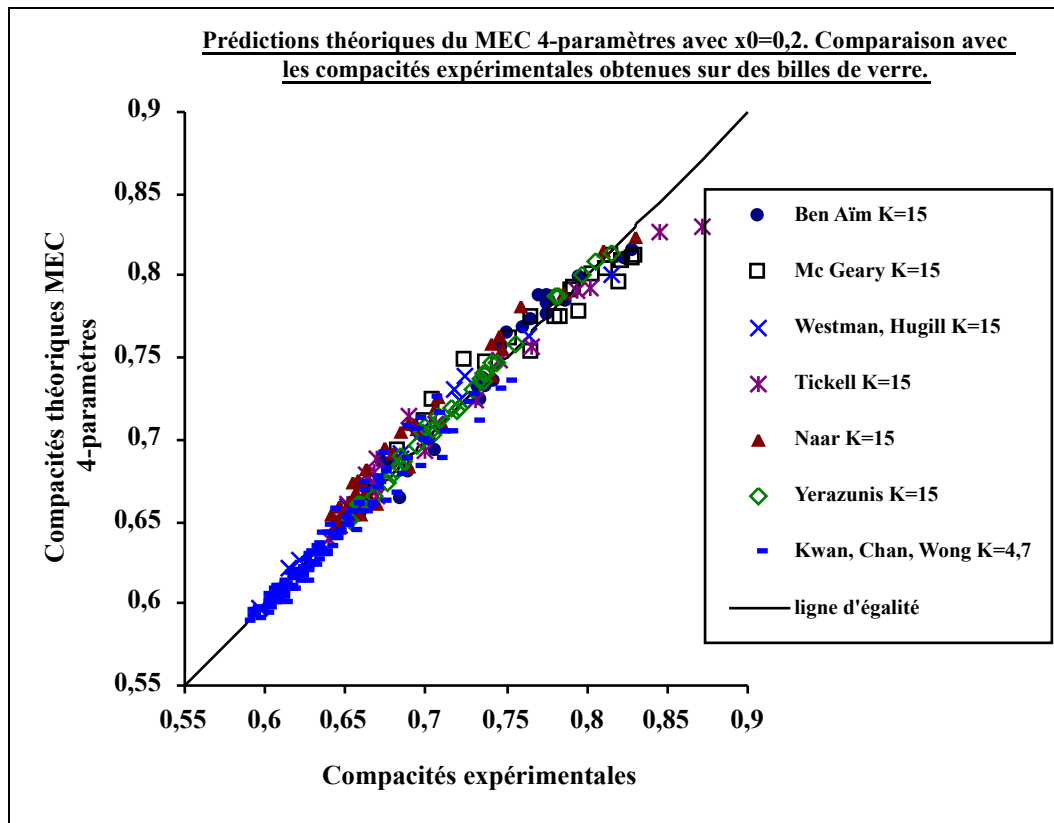
Dans le tableau 2, le terme « remplissage optimisé » correspond à l'utilisation, par certains expérimentateurs, de chambres de mélangeage pour remplir le récipient recevant des billes de verre.



Effectuons maintenant une comparaison des prédictions de compacité par trois modèles : le **MEC original**, le **MEC 4-paramètres** et un modèle récent de Kwan A.K.H., Chan K.W., Wong V. [KWA 13] : le **modèle 3 paramètres** qui prend en compte un effet de « coincement » (wedging effect). Pour les évaluer, deux indicateurs statistiques sont utilisés : l'écart-moyen de compacité  $\xi$  et le coefficient de corrélation  $r$ . Les données concernant les billes de verre (figure 6) sont issues de la thèse de Ben Aïm [BEN 70] et de [KWA 13]. Les granulats roulés proviennent de la Loire [DEL 00] et de la Seine : expériences de Joisel dans [DEL 88]. Les granulats concassés sont d'une carrière de Arnay-le-Duc [DEL 00], des calcaires tendres de Lorraine [LEC 97] et d'un gisement du Nord-Est de Tlemcen (Algérie) [HAN 12].

Modèles / Matériaux	MEC original		Modèle 3-paramètres		MEC 4-paramètres	
	$\xi$	$r$	$\xi$	$r$	$\xi$	$r$
Billes de verre : environ 300 valeurs	0,012	0,9754	0,009	0,9863	<b>0,007</b>	<b>0,9904</b>
Simulation numérique : billes sans frottement : 20 valeurs	0,012	0,8783	0,008	0,9598	<b>0,006</b>	<b>0,9877</b>
Granulats roulés : 125 valeurs	0,009	0,9619	0,012	0,9534	<b>0,007</b>	<b>0,9788</b>
Granulats concassés : 250 valeurs	0,014	0,9403	0,012	0,9495	<b>0,010</b>	<b>0,9645</b>

**Tableau 4.** Écart-moyen  $\xi$  et coefficient de corrélation  $r$  pour les trois modèles testés sur des compacités de mélanges binaires pour différents types de matériaux (environ 700 valeurs). Les résultats complets, en particulier ceux issus de la simulation numérique, seront publiés dans la thèse de G. Roquier.



**Figure 6.** Prédictions théoriques du MEC 4-paramètres versus résultats expérimentaux pour des mélanges binaires de billes de verre. Données issues de la thèse de Ben Aïm [BEN 70] et de [KWA 13].

## 7. Conclusion.

En puisant des idées dans un certain nombre de modèles existants, nous avons pu mettre au point le Modèle d'Empilement Compressible (MEC) 4-paramètres qui constitue un outil performant pour la formulation et l'optimisation des matériaux granulaires. L'un de ses points forts est qu'il résulte d'un cheminement ayant permis d'aboutir à une théorie sur l'effet de paroi et sur l'effet de desserrement, avec notamment l'introduction d'un rapport critique de taille de cavité, qui montre qu'il n'y aurait pas une courbe unique pour chacune des interactions géométriques. A ce titre, c'est peut-être la première fois que le problème de la compacité d'un mélange sec est résolu de façon partiellement théorique avec une précision suffisante pour des applications pratiques. En effet, même si le domaine de prédilection du MEC 4-paramètres reste celui des empilements de billes pour lequel il a été spécialement conçu ( $r \approx 99\%$ ), nous avons vérifié qu'il pouvait s'appliquer avec efficacité sur les granulats roulés ( $r \approx 97,8\%$ ) et concassés ( $r \approx 96,4\%$ ) testés. Les limites du modèle proposé sont, nous semble-t-il, de deux ordres. Premièrement, l'effet de desserrement apparaît à partir d'une proportion seuil. Il n'est donc pas, en toute rigueur, linéaire par rapport au volume de la classe granulaire fine à l'intérieur du domaine où les grosses particules constituent la classe dominante. Deuxièmement, l'intégralité de la théorie proposée est menée en considérant des classes granulaires avec la même compacité propre. Les résultats obtenus laissent néanmoins penser que les efforts de modélisation n'ont pas été vains. La théorie proposée concordant plutôt bien avec la réalité, elle pourrait trouver des applications non seulement dans le domaine de la formulation des bétons modernes, mais également dans celui de la composition d'autres matériaux granulaires (céramique, bétons bitumineux), la mécanique des sols et dans des secteurs plus fondamentaux qui nécessitent des études à l'échelle des grains : les liquides et les métaux par exemple.

## 8. Bibliographie.

- [BEN 70] BEN AIM R., Etude de la texture des empilements de grains. Application à la détermination de la perméabilité des mélanges binaires en régime moléculaire, intermédiaire, laminaire, Thèse soutenue à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy, 1970.
- [DEL 88] DE LARRARD F., « Formulation et propriétés des bétons à très hautes performances », *Rapport de recherche LPC*, n°149, 1988.
- [DEL 00] DE LARRARD F., « Structures granulaires et formulation des bétons », *Études et recherches des laboratoires des ponts et chaussées*, Ouvrages d'art OA34, 2000.
- [HAN 12] HANINI W., Etude de l'incidence de la granularité sur la compacité des mélanges granulaires, Mémoire en vue de l'obtention du diplôme de Magister en génie civil à l'Université Aboubekr Belkaid, Tlemcen, Algérie, 2012.
- [KWA 13] KWAN A.K.H., CHAN K.W., WONG V., « A 3-parameter particle packing model incorporating the wedging effect », *Powder Technology*, vol. 237, 2013, p. 172-179.
- [LEC 97] LECOMTE A., ZENNIR A., « Modèle de suspension solide et formulation de bétons calcaires en Lorraine », *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées*, n°211, 1997, p.41-52.
- [SED 94] SEDRAN T., DE LARRARD F., ANGOT D., « Prédiction de la compacité des mélanges granulaires par le modèle de suspension solide », *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées*, n°194, 1994, p.59-86.
- [STO 86] STOVALL T., DE LARRARD F., BUIL M., « Linear Packing Density Model of Grain Mixtures », *Powder Technology*, vol. 48, n° 1, 1986, p. 1-12.